

PRODUCTOS NOTABLES: son aquellas multiplicaciones algebraicas que se resuelven siguiendo **Reglas y Fórmulas** específicas para cada caso y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección, es decir sin verificar la multiplicación. Distinguímos los siguientes casos:

Binomio al cuadrado

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$\begin{aligned}(x + 3)^2 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = \\ &= x^2 + 6x + 9 \\ (2x - 3)^2 &= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = \\ &= 4x^2 - 12x + 9\end{aligned}$$

Producto de la Suma por la diferencia

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

$$(2x + 5) \cdot (2x - 5) = (2x)^2 - 5^2 = 4x^2 - 25$$

Binomio al cubo

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 \pm b^3$$

$$\begin{aligned}(x + 3)^3 &= x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 3 + 3 \cdot x \cdot 3^2 + 3^3 = \\ &= x^3 + 9x^2 + 27x + 27 \\ (2x - 3)^3 &= (2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2x \cdot 3^2 - 3^3 = \\ &= 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27\end{aligned}$$

Trinomio al cuadrado

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b$$

• c

$$\begin{aligned}
(x^2 - x + 1)^2 &= \\
&= (x^2)^2 + (-x)^2 + 1^2 + 2 \cdot x^2 \cdot (-x) + 2 \cdot x^2 \cdot 1 + 2 \cdot (-x) \cdot 1 = \\
&= x^4 + x^2 + 1 - 2x^3 + 2x^2 - 2x = \\
&= x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1
\end{aligned}$$

Suma de cubos

$$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

$$8x^3 + 27 = (2x + 3) (4x^2 - 6x + 9)$$

Diferencia de cubos

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

$$8x^3 - 27 = (2x - 3) (4x^2 + 6x + 9)$$

Producto de dos binomios que tienen un término común

$$(x + a) (x + b) = x^2 + (a + b) x + ab$$

$$\begin{aligned}
(x + 2) (x + 3) &= \\
&= x^2 + (2 + 3)x + 2 \cdot 3 = \\
&= x^2 + 5x + 6
\end{aligned}$$

Problemas Resueltos

1.-Desarrolla los binomios al cuadrado.

$$1) (x + 5)^2 =$$

$$= x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 =$$

$$= x^2 + 10x + 25$$

$$2) (2x + 5)^2 =$$

$$= (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2 =$$
$$= 4x^2 + 20x + 25$$

$$3) (2x - 5)^2 =$$

$$= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2 =$$
$$= 4x^2 - 20x + 25$$

$$4) \left(x^2 - \frac{1}{2}x\right)^2 =$$

$$= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}x\right)^2 =$$
$$= x^4 - x^3 + \frac{1}{4}x^2$$

2.-Desarrolla los binomios al cubo.

$$1) (2x - 3)^3 = (2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2x \cdot 3^2 - 3^3 =$$
$$= 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$$

$$2) (x + 2)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 2^3 =$$
$$= x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

$$3) (3x - 2)^3 = (3x)^3 - 3 \cdot (3x)^2 \cdot 2 + 3 \cdot 3x \cdot 2^2 - 2^3 =$$
$$= 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{4)} \quad (2x + 5)^3 &= (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 5 + 3 \cdot 2x \cdot 5^2 + 5^3 = \\
 &= 8x^3 + 60x^2 + 150x + 125
 \end{aligned}$$

3.- Desarrolla las sumas por diferencias

$$\begin{aligned}
 \mathbf{1)} \quad (3x - 2) \cdot (3x + 2) &= \\
 &= (3x)^2 - 2^2 = \\
 &= \mathbf{9x^2 - 4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{2)} \quad (x + 5) \cdot (x - 5) &= \\
 &= \mathbf{x^2 - 25}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{3)} \quad (3x^2 - 2) \cdot (3x + 2) &= \\
 &= (3x)^2 - 2^2 = \\
 &= \mathbf{9x^4 - 4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{4)} \quad (3x - 5) \cdot (3x + 5) &= \\
 &= (3x)^2 - 5^2 = \\
 &= \mathbf{9x^2 - 25}
 \end{aligned}$$

PROBLEMAS

MONOMIO POR UN BINOMIO

RESOLVER: APLICANDO LA FORMULA.

$$x(a + b) = ax + bx$$

$$x(x + 5) =$$

$$4x(x - 8) =$$

$$-9a(a^2 + 15) =$$

$$-6ab(a - 2b) =$$

$$8a^3(3x - 7) =$$

$$-5(4a + 2b) =$$

$$8x^2(y - z) =$$

$$m(3m - 9n) =$$

$$-3x^2y(-7x + 6xy) =$$

$$l. -1(m - n) =$$

RESPUESTAS:

$$x(x + 5) = x^2 + 5x$$

$$4x(x - 8) = 4x^2 - 32$$

$$-9a(a^2 + 15) = -9a^3 - 135a$$

$$-6ab(a - 2b) = -6a^2b + 12ab^2$$

$$8a^3(3x - 7) = 24a^3x - 56a^3$$

$$-5(4a + 2b) = -20a - 10b$$

$$8x^2(y - z) = 8x^2y - 8x^2z$$

$$m(3m - 9n) = 3m^2 - 9mn$$

$$-3x^2y(-7x + 6xy) = 21x^3y - 18x^3y^2$$

$$l. -1(m - n) = -m + n$$

CUADRADO DE LA SUMA DE DOS TERMINOS

RESOLVER APLICANDO LA FORMULA:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(x + 7)^2 =$$

$$(m + n)^2 =$$

$$(4x + 3)^2 =$$

$$(7x + 9y)^2 =$$

$$(2x + 8x)^2 =$$

$$(9x^2 + 5)^2 =$$

$$(4x^2 + 3x)^2$$

$$(5a + 2b)(5a + 2b) =$$

$$(2m^3n + 6mn^2)^2 =$$

$$l. (10xy^3 + 1)^2 =$$

RESPUESTAS:

$$(x + 7)^2 = x^2 + 14x + 49$$

$$(m + n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$$

$$(4x + 3)^2 = 16x^2 + 24x + 9$$

$$(7x + 9y)^2 = 49x^2 + 126xy + 81y^2$$

$$(2x + 8x)^2 = 4x^2 + 32x^2 + 64x^2 = 100x^2$$

$$(9x^2 + 5)^2 = 81x^4 + 90x^2 + 25$$

$$(4x^2 + 3x)^2 = 16x^4 + 24x^3 + 9x^2$$

$$(5a + 2b)(5a + 2b) = (5a + 2b)^2 = 25a^2 + 20ab + 4b^2$$

$$(2m^3n + 6mn^2)^2 = 4m^6n^2 + 24m^4n^3 + 36m^2n^4$$

$$l. (10xy^3 + 1)^2 = 100x^2y^6 + 20xy^3 + 1$$

CUADRADO DE LA DIFERENCIA DE DOS TERMINOS

RESOLVER APLICANDO LA FORMULA:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(m - 8)^2 =$$

$$(6x - 5y)^2$$

$$(a - m)(a - m) =$$

$$(x^2 - 6x)^2 =$$

$$(5x^3 - 4y^2)^2 =$$

$$(9ab^2 - a)^2 =$$

$$(2x^4 - 6y^3)^2 =$$

$$(3a^2b^4 - 5ab^3)^2 =$$

$$(1 - 3a)^2 =$$

$$10. (8m^2n - 3mn^2)^2 =$$

RESPUESTAS:

$$(m - 8)^2 = m^2 - 16m + 64$$

$$(6x - 5y)^2 = 36x^2 - 60xy + 25y^2$$

$$(a - m)(a - m) = a^2 - 2am + m^2$$

$$(x^2 - 6x)^2 = x^4 - 12x^3 + 36x^2$$

$$(5x^3 - 4y^2)^2 = 25x^6 - 40x^3y^2 + 16y^4$$

$$(9ab^2 - a)^2 = 81a^2b^4 - 18a^2b^2 + a^2$$

$$(2x^4 - 6y^3)^2 = 4x^8 - 24x^4y^3 + 36y^6$$

$$(3a^2b^4 - 5ab^3)^2 = 9a^4b^8 - 30a^3b^7 + 25a^2b^6$$

$$(1 - 3a)^2 = 1 - 6a + 9a^2$$

$$1. (8m^2n - 3mn^2)^2 = 64m^4n^2 - 48m^3n^3 + 9m^2n^4$$

PRODUCTO DE BINOMIOS CONJUGADOS

RESUELVE SEGÚN LA FORMULA:

$$(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$$

$$(x + 8)(x - 8) =$$

$$(m - 2)(m + 2) =$$

$$(1 - y)(1 + y) =$$

$$(a - 4)(a + 4) =$$

$$(4b + 8)(4b - 8) =$$

$$(5x^2 - 2y^3)(5x^2 + 2y^3) =$$

$$(10m^3 - c^5)(10m^3 + c^5) =$$

$$(x^3 - 4y)(x^3 + 4y) =$$

$$(ab^2 + 8a)(ab^2 - 8a) =$$

$$l. (2m^2x + 7n^4)(2m^2x - 7n^4) =$$

RESPUESTAS:

$$(x + 8)(x - 8) = x^2 - 64$$

$$(m - 2)(m + 2) = m^2 - 4$$

$$(1 - y)(1 + y) = 1 - y^2$$

$$(a - 4)(a + 4) = a^2 - 16$$

$$(4b + 8)(4b - 8) = 16b^2 - 64$$

$$(5x^2 - 2y^3)(5x^2 + 2y^3) = 25x^4 - 4y^6$$

$$(10m^3 - c^5)(10m^3 + c^5) = 100m^6 - c^{10}$$

$$(x^3 - 4y)(x^3 + 4y) = x^6 - 16y^2$$

$$(ab^2 + 8a)(ab^2 - 8a) = a^2b^4 - 64a^2$$

$$l. (2m^2x + 7n^4)(2m^2x - 7n^4) = 4m^4x^2 - 49n^8$$

PRODUCTO DE BINOMIOS CON UN TERMINO COMUN

EJEMPLOS Y RESPUESTAS

$$(x + 4)(x + 2) = x^2 + x(4+2) + (4)(2) = x^2 + 6x + 8$$

$$(m - 9)(m + 8) = m^2 - m - 72$$

$$(a - 1)(a - 11) = a^2 - 12a + 11$$

$$(s - 1)(s - 7) = s^2 - 8s + 7$$

$$(2x + 4)(2x + 5) = 4x^2 + 18x + 20$$

$$(6a - 3)(6a + 1) = 36a^2 - 12a - 3$$

$$(x^2 + 8)(x^2 - 10) = x^4 - 2x^2 - 80$$

$$(3x + 2y)(3x - 8y) = 9x^2 - 18xy - 16y^2$$

$$(5x^2 + 2y)(5x^2 - y) = 25x^4 + 5x^2y - 2y^2$$

$$l.(4m^3n - 5m)(4m^3n - 8m) = 16m^6n^2 - 52m^4n + 40m^2$$

CUBO DE LA SUMAS DE DOS TERMINOS

RESOLVER SEGÚN LA FORMULA:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(m + n)^3 =$$

$$(x + 5)^3 =$$

$$(4x + 1)^3 =$$

$$(x^2 + x)^3 =$$

$$(3a + 6)^3 =$$

$$(4x + 8y)^3 =$$

$$(2m + n)^3 =$$

$$(5x^2 + 3y)^3 =$$

$$(3a + 4)(3a + 4)(3a + 4) =$$

$$l.(x^2y^3 + 5x)^3 =$$

RESPUESTAS:

$$(m + n)^3 = m^3 + 3m^2n + 3mn^2 + n^3$$

$$(x + 5)^3 = x^3 + 15x^2 + 75x + 125$$

$$(4x + 1)^3 = 64x^3 + 48x^2 + 12x + 1$$

$$(x^2 + x)^3 = x^6 + 3x^5 + 3x^4 + x^3$$

$$(3a + 6)^3 = 27a^3 + 162a^2 + 324a + 216$$

$$(4x + 8y)^3 = 64x^3 + 384x^2y + 768xy^2 + 512y^3$$

$$(2m + n)^3 = 8m^3 + 12m^2n + 6mn^2 + n^3$$

$$(5x^2 + 3y)^3 = 125x^6 + 225x^4y + 135x^2y^2 + 27y^3$$

$$(3a + 4)(3a + 4)(3a + 4) = (3a + 4)^3$$

$$= 27a^3 + 108a^2 + 144a + 64$$

$$l.(x^2y^3 + 5x)^3 = x^6y^9 + 15x^5y^6 + 75x^4y^3 + 125x^3$$

CUBO DE LA DIFERENCIA DE DOS TERMINOS

RESOLVER SEGÚN LA FORMULA:

$$(2m - n)^3 = 8m^3 - 12m^2n + 6mn^2 - n^3$$

$$(5x^2 - 2y)^3 = 125x^6 - 150x^4y + 60x^2y^2 - 8y^3$$

$$(3a - 1)(3a - 1)(3a - 1) = (3a - 1)^3$$

$$= 27a^3 - 27a^2 + 9a - 1$$

$$10. (x^2y^3 - 5x)^3 = x^6y^9 - 15x^5y^6 + 75x^4y^3 - 125x^3$$

PRODUCTOS NOTABLES COMBINADOS

RESOLVER SEGÚN LA FORMULA DE CADA CASO

$$(3x - 9y)(3x + 9y) =$$

$$-4x^3(8x - 6xy) =$$

$$(6ab^2 - 5b)^2 =$$

$$(x - 3)(x - 11) =$$

$$(7x + 3y)^3 =$$

$$(8a + 8b)(8a - 10b) =$$

$$(x - y^4)^3 =$$

$$(5x^2y + 4x^2y^2)^2 =$$

$$5am^2(1 - 10a^2) =$$

$$10. (8a + 4bc)(8a - 4bc) =$$

RESPUESTAS:

$$(3x - 9y)(3x + 9y) = 9x^2 - 81y^2$$

$$-4x^3(8x - 6xy) = -32x^4 + 24x^4y$$

$$(6ab^2 - 5b)^2 = 36a^2b^4 - 60ab^3 + 25b^2$$

$$(x - 3)(x - 11) = x^2 - 14x + 33$$

$$(7x + 3y)^3 = 343x^3 + 441x^2y + 189xy^2 + 27y^3$$

$$(8a + 8b)(8a - 10b) = 64a^2 - 16ab - 80b^2$$

$$(x - y^4)^3 = x^3 - 3x^2y^4 + 3xy^8 - y^{12}$$

$$(5x^2y + 4x^2y^2)^2 = 25x^4y^2 + 40x^4y^3 + 16x^4y^4$$

$$5am^2(1 - 10a^2) = 5am^2 - 50a^3m^2$$

$$10. (8a + 4bc)(8a - 4bc) = 64a^2 - 14b^2c^2$$

IDENTIFICACION DE CADA PRODUCTO NOTABLES

Escribe después del signo igual el caso del Producto Notable correspondiente.

1) Monomio por binomio	5) Binomios con un término común
2) Cuadrado de una suma	6) Cubo de una suma
3) Cuadrado de una diferencia	7) Cubo de una diferencia
4) Binomios conjugados	

$$(6x - 7y)^3 =$$

$$(x - 5y)(x + 5y) =$$

$$(2ab + 9c)^2 =$$

$$4x(3x - 6y) =$$

$$(4x + 8y)(4x - 23y) =$$

$$(6x^2 - 5x)(6x^2 + 5x) =$$

$$(2x^2y - 1)^2 =$$

$$(4xy - 3z)^3 =$$

$$- 6x^2y^3(6xy - 10y) =$$

l. $(7x + 4y)(7x - 2y) =$

RESPUESTAS.

$$(6x - 7y)^3 = \text{Cubo de una diferencia}$$

$$(x - 5y)(x + 5y) = \text{Producto de binomios conjugados}$$

$$(2ab + 9c)^2 = \text{Cuadrado de una suma}$$

$$4x(3x - 6y) = \text{Monomio por binomio}$$

$$(4x + 8y)(4x - 23y) = \text{Binomios con término común}$$

$$(6x^2 - 5x)(6x^2 + 5x) = \text{Binomios conjugados}$$

$$(2x^2y - 1)^2 = \text{Cuadrado de una diferencia}$$

$$(4xy - 3z)^3 = \text{Cubo de una diferencia}$$

$$- 6x^2y^3(6xy - 10y) = \text{Monomio por binomio}$$

l. $(7x + 4y)(7x - 2y) = \text{Binomios con término común}$

Producto notable		Expresión algebraica	Nombre
$(a + b)^2$	=	$a^2 + 2ab + b^2$	Binomio al cuadrado
$(a + b)^3$	=	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	Binomio al cubo
$a^2 - b^2$	=	$(a + b)(a - b)$	Diferencia de cuadrados
$a^3 - b^3$	=	$(a - b)(a^2 + b^2 + ab)$	Diferencia de cubos
$a^3 + b^3$	=	$(a + b)(a^2 + b^2 - ab)$	Suma de cubos
$a^4 - b^4$	=	$(a + b)(a - b)(a^2 + b^2)$	Diferencia cuarta
$(a + b + c)^2$	=	$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$	Trinomio al cuadrado

Factorización de polinomios

Recordando que los factores son los términos de una multiplicación, por **factorización de polinomios** se entiende expresar el polinomio como un producto de factores.

Como los números se pueden expresar como producto de dos o más factores

$$\text{Ej. } 55 = 5 \times 11; 24 = 2 \times 3 \times 4; 28 = 2 \times 7$$

del mismo modo factorizar un polinomio significa descomponerlo en el producto de dos o más factores

$$\text{Ej. } x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$$

Para factorizar un polinomio hay que identificar los **factores comunes** en el polinomio, cuando todos los términos del polinomio tienen un factor común se puede factorizar el polinomio en el producto de dos factores, uno de los cuales es el factor común, mientras que el otro término se obtiene dividiendo cada término del polinomio entre el factor común.

Hay diferentes tipos de factores comunes como

- Factor común monomio
- Factor común polinomio
- Factor común por agrupación de términos

- Factor común monomio: Cuando todos los términos de un polinomio tienen un factor común, se puede factorizar el polinomio en el producto de dos factores, uno de los cuales es el factor común. El otro factor se obtiene dividiendo cada término del polinomio entre el factor común.

$$\text{Ej. } P(x) = 40x^5 + 24x^3 + 8x$$

Primero: se halla el factor común calculando el máximo común divisor de los coeficientes

$$\text{en este caso: } \text{MCD}(40, 24, 8) = 8$$

y se multiplica por la menor potencia de x, en este caso = x

entonces el factor común de este ejemplo es = **8x**

Segundo: se divide cada término del polinomio entre el factor común, recordando que para dividir potencias de igual base, se coloca la misma base y se restan los exponentes

$$40x^5 : 8x = 5x^4$$

$$24x^3 : 8x = 3x^2$$

$$-8x : 8x = -1$$

dando como resultado este polinomio $5x^4 + 3x^2 - 1$

El polinomio del ejemplo $P(x) = 40x^5 + 24x^3 + 8x$

es igual al producto del factor común $8x$

por el polinomio obtenido de la división $5x^4 + 3x^2 - 1$

$$P(x) = 40x^5 + 24x^3 + 8x = 8x(5x^4 + 3x^2 - 1)$$

Ejercicios:

1) $P(x) = 12x + 3$

aquí el factor común es = **3** entonces

$$P(x) = 12x + 3 = 3(4x + 1)$$

2) $P(x) = x^6 - 6x^3 - 2x^2$

aquí el factor común es = **x^2** entonces

$$P(x) = x^6 - 6x^3 - 2x^2 = x^2(x^4 - 6x - 2)$$

3) $P(x) = x^{20} - x^{16} + x^{10} + x^{20}$

Primero se ordena en la forma $2x^{20} - x^{16} + x^{10}$

el factor común es = **x^{10}** entonces, después de dividir, se obtiene que

$$P(x) = 2x^{20} - x^{16} + x^{10} = x^{10}(2x^{10} - x^6 + 1)$$

- Factor común polinomio: Cuando el factor común es un polinomio se factoriza de la siguiente manera

Ejemplo: **$a(x+y) + b(x+y)$** donde entonces el factor común es = **$(x+y)$** se dividen los dos términos entre $(x+y)$

Factor común polinomio

$$a(x+y) + b(x+y) = (x+y) \left[a \frac{(x+y)}{(x+y)} + b \frac{(x+y)}{(x+y)} \right] =$$
$$= (x+y)(a+b)$$

factor común polinomio

- Factor común por agrupación de términos: Cuando no se presenta un factor común a todos los términos, pero se presenta un factor común a dos o más términos se procede de la siguiente forma.

En el polinomio $ax + bx + ay + by$,

los primeros dos términos tienen como factor común “x”, mientras que en los otros el factor común es “y” entonces se puede escribir el polinomio de esta forma $x(a+b) + y(a+b)$ para evidenciar que existe un factor común que es $(a+b)$ y proceder así

Factor común por agrupación de términos

Ej. $ax + bx + ay + by = x(a+b) + y(a+b) =$

$$(a+b) \left[\frac{x(a+b)}{(a+b)} + \frac{y(a+b)}{(a+b)} \right] = (a+b)(x+y)$$

Ejercicios

$$6ab + 3a + 1 + 2b = 3a(2b+1) + (2b+1) =$$

$$(2b+1) \left[\frac{3a(2b+1)}{(2b+1)} + \frac{(2b+1)}{(2b+1)} \right] = (2b+1)(3a+1)$$

$$xy - 2my - 2xn + 4mn = y(x-2m) - 2n(x-2m) =$$

$$(x-2m) \left[\frac{y(x-2m)}{(x-2m)} - \frac{2n(x-2m)}{(x-2m)} \right] = (x-2m)(y-2n)$$

Factor común por agrupación de términos

Factorización de cuadrados perfectos

Un trinomio como $x^2 + 2ax + a^2$ es un cuadrado perfecto porque dos de sus términos son cuadrados perfectos (x^2 ; a^2) y el tercer término es igual al doble producto de a por b ($2ax$).

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2$$

Un trinomio es un cuadrado perfecto cuando tiene una de estas dos formas:

- $a^2 + 2(a) \cdot (b) + b^2 = (a + b)^2$
- $a^2 - 2(a) \cdot (b) + b^2 = (a - b)^2$

Ejemplo: $x^2 + 10x + 25$

Este trinomio es un cuadrado perfecto porque dos de sus términos lo son

x^2 es el cuadrado de x ; y 25 es el cuadrado de 5 ;
el tercer término es igual al doble producto a por b:

$10x = 2 \cdot (5) \cdot (x)$ y el trinomio se factoriza: $(x+5)^2$

$$x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$$

Ejercicios:

1. $x^2 - 14x + 49 = (x)^2 - 2(7) \cdot (x) + (7)^2 = (x - 7)^2$
2. $y^2 + 8y + 16 = (y)^2 + 2(4) \cdot (y) + (4)^2 = (y + 4)^2$
3. $x^{10} - 2x^5 + 1 = (x^5)^2 - 2(1) \cdot (x^5) + (1)^2 = (x^5 - 1)^2$
4. $25p^4 + 30p^2q + 9q^2 = (5p^2)^2 + 2(5p^2) \cdot (3q) + (3q)^2 = (5p^2 + 3q)^2$

Factorización de un trinomio de la forma $x^2 + mx + n$

Cuando en el producto de dos binomios hay un término común como en el ejemplo:

$(x+a)(x+b)$ donde el término común es x , su otra forma es: $x^2 + (a+b)x + ab$
 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

Entonces, por ejemplo, un trinomio como $x^2 + 8x + 15$ se podrá factorizar de la forma $(x+a)(x+b)$ si se consiguen dos términos a y b donde $a+b$ sea = 8 y

$$a \cdot b \text{ sea } =15$$

estos dos términos son 3 y 5 porque $(3+5)=8$ y $3 \cdot 5=15$

$$x^2 + 8x + 15 = (x+3) \cdot (x+5)$$

Ejercicios:

$$\bullet \quad x^2 - 10x + 24$$

$$a+b = -10$$

$$a \cdot b = 24$$

$$a = -4 ; b = -6$$

$$x^2 - 10x + 24 = (x-4) \cdot (x-6)$$

$$\bullet \quad x^2 - 4x - 21$$

$$a+b = 3$$

$$a \cdot b = -21$$

$$x^2 - 4x - 21 = (x+3) \cdot (x-7)$$

$$\bullet \quad x^6 - 4x^3 + 3$$

$$a+b = -4$$

$$a \cdot b = +3$$

$$x^6 - 4x^3 + 3 = (x^3 - 1) \cdot (x^3 - 3)$$

Factorización de la diferencia de dos cuadrados

La diferencia de cuadrados se factoriza aplicando el producto notable de la suma por la diferencia:

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

Ejercicios:

$$\bullet \quad x^6 - 81 = (x^3 + 9) (x^3 - 9)$$

$$\bullet \quad 4y^4 - 16y^16 = (2y^2 + y^8) \cdot (2y^2 - y^8)$$

- $(x+3)^2 - (y+3)^2 = [(x+3)+(y+3)] \cdot [(x+3) - (y+3)] = (x+y+6) \cdot (x-y)$
- $(a-5)^2 - 16b^2 = [(a-5)+4b] \cdot [(a-5) - 4b] = (a+4b-5)(a-4b-5)$

Adición y sustracción de cubos

La **suma** de dos cubos se puede descomponer en un producto de dos factores, donde el primero es un binomio igual a la suma de las bases de los cubos y el segundo es un trinomio igual a la suma de los cuadrados de las bases menos el producto de las dos bases:

$$x^3 + a^3 = (x + a)(x^2 + a^2 - ax)$$

Ejemplo:

$$x^3 + 8$$

las bases son x y 2 entonces

$$x^3 + 8 = (x + 2) \cdot (x^2 + 4 - 2x)$$

Ejercicios:

- $x^9 + 1$; las bases son x^3 y 1; $x^9 + 1 = (x^3 + 1)(x^6 + 1 - x^3)$
- $27y^3 + 8x^3$; las bases son $3y$ y $2x$; $27y^3 + 8x^3 = (3y + 2x) \cdot (9y^2 + 4x^2 - 6xy)$

La **diferencia** de dos cubos se puede descomponer en un producto de dos factores, donde el primero es un binomio igual a la diferencia de las bases de los cubos y el segundo es un trinomio igual a la suma de los cuadrados de las bases más el producto de las dos bases:

$$x^3 - a^3 = (x - a)(x^2 + a^2 + ax)$$

Ejercicios:

$$8x^{12} - 1; \text{ las bases son } 2x^4 \text{ y } 1; 8x^{12} - 1 = (2x^4 - 1) \cdot (4x^8 + 2x^4 + 1)$$

$$x^3 - (x-1)^3; \text{ las bases son } x \text{ y } (x-1);$$

$$x^3 - (x-1)^3 = [x - (x-1)] \cdot [x^2 + (x-1)^2 + x(x-1)] = +1 \cdot (3x^2 - x + 1) = 3x^2 - x + 1$$

1