

GUIA 1 QUINTO AÑO

UNIDAD 0

I.- DESARROLLO DE ESPRESIONES DE LA FORMA $(a \pm b)^n$

en donde $n \in N$ y $n \geq 2$

HALLAR EL DESARROLLO DE:

$$1.- (2X-3)^2 \quad 2.- (2X+3)^3 \quad 3.- (2X^2Y - 5XY^2)^4 \quad 4.- (3\sqrt{2}X - 2X^2Y^3)^3$$

$$5.- (2\sqrt{6}XY^2 - 3\sqrt{2}XY)^5 \quad 6.- (2\sqrt{6}X^2Y - 3\sqrt{12}XY^2)^3$$

$$7.- \left(\frac{2}{3}X - \frac{3}{2}\right)^6 \quad 8.- (2X^{2a+1} - 3X^{2-3a})^3$$

$$9.- (4X^{2-a}Y^{2a-3} - 3X^2Y^{1-2a})^4$$

$$10.- (3\sqrt{2}a^{2X-1}b^{3X+1} - 2\sqrt{6}a^{2+3X}b^{X+2})^3$$

II.- HALLAR EL VALOR DE X EN CADA UNA DE LAS SIGUIENTES

ECUACIONES

$$1.- 2X(9X-2) - 4 = (3X-1)(6X+5) \quad 2.- 3X - a = 2X - 4$$

$$3.- \frac{4X-2}{3} - \frac{4+X}{2} = 5 - \frac{2X+3}{4} \quad 4.- 2aX(X-3) - ax^2 = 1 + aX(X-2) + X$$

$$5.- 3\sqrt{3}(5\sqrt{6}X - 1) - 28\sqrt{2}X = X + 1$$

$$6.- (2X-3)^3 - 2X(2X-1)^2 + 3X^2 = 12X - (5X+1)^2$$

$$7.- \frac{3a-2}{X+1} - \frac{1-a}{X-1} = \frac{X-3}{X^2-1} \quad 8.- \frac{4X}{2X+b} + \frac{3}{2} = 3$$

$$9.- \frac{3X-2m}{3} - \frac{X+m}{4} = \frac{2X-1}{2} - \frac{m-35}{12}$$

$$10.- \frac{3a-2}{3X+9} - \frac{5a}{2X+6} = \frac{2}{x^2+6X+9} \quad 11.- \frac{4X}{2X+b} + \frac{3}{2} = 3$$

$$12.- \frac{X-b}{a} = 2 - \frac{X-a}{b} \quad 13.- \frac{1}{X+a} + \frac{x^2}{a^2+aX} = \frac{X+a}{a}$$

III.- FUNCIÓN AFÍN $\rightarrow F(X) = mX + b$; si $F(X) = Y \rightarrow Y = mX + b$

Es una expresión de dos variables, de primer grado, SU GRAFICA ES UNA RECTA.

Cuando la ordenada (la Y) está despejada, el coeficiente de la abscisa (la X) corresponde a la PENDIENTE (m) de dicha recta.

$m > 0$; recta creciente, forma un ángulo agudo con X*; Ejemplo $Y = 3X + 2$

$m < 0$; recta decreciente, forma un ángulo obtuso con X*; Ejemplo $Y = -2X + 5$

$m = 0$; solo posee la variable Y, Recta Horizontal. Ejemplo $Y = 2$

Si la expresión no tiene Y, sino X, es una Recta Vertical; Ejemplo $X = 2$

Una recta posee infinitos puntos. Con dos cualesquiera de esos, es posible hallar el valor de la pendiente(m) $P_1(X_1, Y_1)$; $P_2(X_2, Y_2) \rightarrow m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$

NOTA:

- i. Cuando una recta es vertical; $X_2 = X_1$, lo que implica que $X_2 - X_1 = 0$, lo que implica que NO EXISTE la pendiente, pues no existe una fracción cuyo denominador sea CERO.
- ii. Cuando la recta es horizontal $Y_2 = Y_1$, lo que implica que $Y_2 - Y_1 = 0$; lo que justifica porqué la pendiente de una recta horizontal sea CERO.

Si en la función Afín; $Y = mX + b$; se colocan todos los términos en un solo miembro, igualándola a CERO; $mX - Y + b = 0$; queda una expresión de la forma $AX + BY + C = 0$, se denomina **ECUACIÓN GENERAL DE LA RECTA**, sigue siendo una expresión de primer grado en ambas variables.

Ejemplo: Dada la Función Afín $Y = \frac{3}{2}X - 5$ hallar la Ecuación General

igualando a 0 $\rightarrow \frac{3}{2}X - Y - 5 = 0$;

sacando el mcm la ecuación quedaría $\rightarrow 3X - 2Y - 10 = 0$

1.- De cada una de las siguientes expresiones, reconozca cuales corresponde a una recta, JUSTIFIQUE SU RESPUESTA

- a) $(3X-2)^2 - (9X-1)(X+2) = 5(X-2Y)$ b) $\frac{2Y-3}{X+1} = \frac{4Y-1}{2X}$ c) $(X-1)^3 + X^2 \cdot (3-X) = Y(2-X)$
d) $3\sqrt{2}Y - 2X = 2 - 3(\sqrt{3}X + 1 - Y)$ e) $2\sqrt{2}X - Y + \sqrt{3}(2\sqrt{3}X - 1 + \sqrt{6})$
f) $(2X-Y)(X+2Y-3) + 2Y^2 = 3X(Y+X-1)$ g) $\frac{X+2Y}{3} - X = \frac{2-Y}{2}$

2.- De cada uno de las expresiones del ejercicio II.1 que reconozca como FUNCIÓN AFÍN, a) exprésela como FUNCIÓN AFÍN b) exprésela en forma de ECUACIÓN GENERAL c) Describa la recta que resultaría de su gráfica.

3.- Describa la recta que representa cada una de las siguientes FUNCIÓN AFÍN

- a) $Y = 3X - 2$; b) $Y = \frac{3X-2}{6}$; c) $3\sqrt{6}X - \sqrt{2}Y + 2 = 0$; d) $Y = 5 - 2X$
e) $y = -\frac{3}{2}X + 1$; f) $2Y - 8 = X$; g) $2X + 12 = 18$; h) $7 - 5X = 2Y$
i) $2 - 3Y = 4X$; j) $Y = \frac{5-4X}{2}$; k) $12X - 15y + 8 = 0$; l) $\frac{2-3X}{Y+1} = -\frac{3}{2}$

4.- De cada una de las FUNCIÓN AFÍN de la expresiones del ejercicio II.3,

- a) Diga cuál es el punto en el que su grafica corta al eje X
- b) Diga cuál es el punto en el que su gráfica corta al eje Y
- c) cuál es la ordenada del punto de su gráfica cuya abscisa es -2
- d)Cuál es la Abscisa del punto de su gráfica cuya ordenada es -1

- e) diga si la Recta pasa por los puntos A(-1,4) ; B(3,-3) ; C(-4,1)
 f) Determine tres puntos de la recta

La ecuación de una recta se puede hallar si se conocen dos puntos de ella

- 1º. Con los dos puntos se saca la pendiente $m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$
- 2º. Con la pendiente calculada en el 1º paso y cualquiera de los puntos se aplica la ecuación PUNTO – PENDIENTE $Y - Y_{\text{punto}} = m \cdot (X - X_{\text{punto}})$
- 3º. Se decide si se quiere la FUNCIÓN AFÍN o LA ECUACIÓN GENERAL.

5.- Dados los puntos A(-3,5) ; B(-1,-7) ; C($\frac{2}{3}$, -2) ; D($-\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{6}$) ; E(0, -2)
 F($-\frac{1}{3}$, -2) ; G($2\sqrt{2}$, -3) ; H($2\sqrt{2} + 1$, $3\sqrt{2} + 2$) ; I(-3, 4) ; J(-1, 0)

HALLA LA ECUACIÓN GENERAL DE LA RECTA QUE PASA POR LOS PUNTOS:

- a.- A y B b.- C y D c.- C y E d.- D y F e.- A y I
 g.- G y H h.- F y C i.- B y J j.- A y G k.- A y J

IV.- Es posible saber si dos rectas son PARALELAS(//) o PERPENDICULARES() comparando sus pendientes

- Dos rectas son paralelas si sus pendientes son iguales $\rightarrow m_1 = m_2$
- Dos rectas son perpendiculares, si el producto de sus pendientes da $-1 \rightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$; también si se puede ver si el inverso y opuesto de una de las pendientes es igual a la otra. Ejemplo $m_1 = -\frac{2}{3}$ y $m_2 = \frac{3}{2}$

Las preguntas que a continuación aparecen se refieren a las siguientes

PUNTOS. A(-3,-1) ; B(1,-5) ; C(2,-4) ; D(0,-7) ; E($-\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$) ; F($-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$) ; G($-\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$)

; y ECUACIONES DE RECTAS $L_1 \equiv 3x - 2y + 1$; $L_2 \equiv 5x - 4y - 2$; $L_3 \equiv 6x + 4y + 1$

$L_4 \equiv 6x + 9y + 2$; $L_5 \equiv 3x - 2y - 5$; $L_6 \equiv -8x + 10y - 3$; $L_7 \equiv 9x - 6y - 7$;

$L_8 \equiv \sqrt{3}X - 2Y + 1 = 0$; $L_9 \equiv 3X - 2\sqrt{3}Y - 5 = 0$;

$L_{10} \equiv 4\sqrt{6}X + 3\sqrt{2}Y + 1 = 0$; $L_{11} \equiv -3\sqrt{2}X - 2\sqrt{6}Y + 1 = 0$

- 1.- Establezca cuales de las rectas dadas son paralelas.. JUSTIFIQUE
- 2.- Establezca cuales de las rectas dadas son PERPENDICULARES, JUSTIFIQUE
- 3.- Hallar la ecuación de la recta paralela a L_1 que pase por A
- 4.- Hallar la ecuación de la recta paralela a L_2 que pase por B
- 5.- Hallar la ecuación de la recta perpendicular a L_3 que pase por C
- 6.- Hallar la ecuación de la recta perpendicular a L_4 que pase por D
- 7.- Hallar la ecuación de la recta paralela a L_6 que pase por E
- 8.- Hallar la ecuación de la recta perpendicular a L_7 que pase por G

- 9.- Hallar la ecuación de la recta perpendicular a L_8 que pase por A
- 10.- Hallar la ecuación de la recta paralela a L_9 que pase por B
- 11.- Hallar la ecuación de la recta perpendicular a L_{10} que pase por G
- 12.- Hallar la ecuación de la recta paralela a L_{11} que pase por E
- 13.- Hallar la ecuación de la recta paralela a AB que pase por G
- 14.- Hallar la ecuación de la recta perpendicular a EF que pase por C
- 15.- Hallar la ecuación de la recta que sea perpendicular al punto medio del segmento EF
- 16.- Hallar la ecuación de la recta que sea perpendicular al punto medio del segmento AB
- 17.- Hallar el punto de intersección entre las rectas L_1 y L_2
- 18.- Hallar el punto de intersección entre las rectas L_3 y L_2
- 19.- Hallar el punto de intersección entre las rectas L_4 y L_5
- 20.- Hallar el punto de intersección entre las rectas L_5 y L_2
- 21.- Hallar el punto de intersección entre las rectas L_1 y L_6
- 22.- Hallar el punto de intersección entre las rectas L_6 y L_7
- 23.- Hallar el punto de intersección entre las rectas L_8 y L_7
- 24.- Hallar el punto de intersección entre las rectas L_8 y L_{10}
- 25.- Hallar el punto de intersección entre las rectas L_8 y L_{11}
- 26.- Hallar el punto de intersección entre las rectas L_2 y L_{10}
- 27.- Hallar el punto de intersección entre las rectas L_3 y L_9

V.- ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO.--> $a \times^2 + b \times + c = 0$

Expresión de una sola variable, con un término de segundo grado, ningún término tiene grado mayor a 2, DEBE IGUALARSE A CERO(0).

Puede estar incompleta; que no tenga término de primer grado ($b=0$) o término independiente ($c=0$), **PERO DEBE TENER UN TÉRMINO DE SEGUNDO GRADO ($a \neq 0$)**

Ejemplos

Ejem. 1 $\rightarrow 2x^2 + 5x - 3 = 0 \rightarrow a = 2 ; b = 5 ; c = -3$

Ejem. 2 $\rightarrow 2x^2 + 10x = 0 \rightarrow a = 2 ; b = 10 ; c = 0$

Ejem. 3 $\rightarrow x^2 - 12 = 0 \rightarrow a = 1 ; b = 0 ; c = -12$

Resolver una Ecuación de Segundo grado, implica encontrar los valores de la variable que hacen que el valor numérico del primer miembro den CERO (0). Para obtener dichos valores se utiliza una fórmula llamada RESOLVENTE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Teniendo en cuenta que si la expresión dentro del radical, $\Delta = b^2 - 4ac$, DA NEGATIVO, LA SOLUCIÓN **NO** ES UN NÚMERO REAL.

Ejem 1. $-2x^2 + 5x - 3 = 0 \rightarrow a = 2; b = 5; c = -3$

$$X = \frac{-(5) \pm \sqrt{(5)^2 - 4 \cdot (2) \cdot (-3)}}{2 \cdot (2)} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4}$$

$$= \frac{-5 \pm 7}{4} \rightarrow X_1 = \frac{1}{2}; X_2 = -3$$

Ejem. 2 $\rightarrow 2x^2 + 10x = 0 \rightarrow a = 2; b = 10; c = 0$

$$X = \frac{-10 \pm \sqrt{(10)^2 - 4 \cdot (2) \cdot (0)}}{2 \cdot (2)} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 0}}{4} = \frac{-10 \pm \sqrt{100}}{4} = \frac{-10 \pm 10}{4} \rightarrow X_1 = 0; X_2 = -5$$

Ejem. 3 $\rightarrow x^2 - 12 = 0 \rightarrow a = 1; b = 0; c = -12$

$$X = \frac{-0 \pm \sqrt{(0)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-12)}}{2 \cdot (1)} = \frac{0 \pm \sqrt{0 + 48}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{48}}{2} = \frac{0 \pm 4\sqrt{3}}{2} \rightarrow X_1 = 2\sqrt{3}; X_2 = -2\sqrt{3}$$

Cuando la ecuación de segundo grado no está completa (porque le falta la "b" o la "c"), puede resolverse de otra manera.

Ejem. 2 $\rightarrow 2x^2 + 10x = 0$; CUANDO $c=0$

- Se saca factor común (en este ejemplo 2x) ; $2x(x+5)=0$
- Como queda un producto igualado a CERO, la única manera es que alguno de los factores, o ambos, sean igual a CERO de allí que escribir la ecuaciones: $2x=0 \rightarrow X_1=0$; $x+5=0 \rightarrow X_2=-5$

Ejem. 3 $\rightarrow x^2 - 12 = 0$; CUANDO $b=0$

- Se despeja $X^2 \rightarrow X^2=12$
- Sacando raíz cuadrada a ambos lados $\rightarrow X = \pm \sqrt{12} \rightarrow X_1 = 2\sqrt{3}$; $X_2 = -2\sqrt{3}$

1.- Resolver cada una de las siguientes ecuaciones

a) $(2x-1)^2 - 3x(x-2) = 1$ b) $4x(2x-3)(x+1) - 2 - 3x = (2x-1)^3$;

c) $(2x+5)(3x+1) + 17 = 12 - 2x$ d) $x^2 - 2\sqrt{5}x - 75 = 0$

e) $4\sqrt{3}x^2 + 5x - 2\sqrt{3} = 0$ f) $9x^2 + 8\sqrt{5}x = 5$

g) $2x(3x-1) + 15x = x$ h) $(3x-2)(4x+1) - 20 = 3 - 5x$

i) $6x^4 + 7x^2 + 2 = 0$ j) $x^4 + 6x^2 + 5 = 0$



k) $2\sqrt{3x-2} + 1 = 4 - x$ l) $2\sqrt{2x-1} - \sqrt{3x+1} = 2$

II) $\sqrt[3]{14 - 2\sqrt{x+6}} + 3 = 5$ m) $x^6 + 19x^3 - 216 = 0$

VI.- FUNCIÓN CUADRÁTICA. $\rightarrow F(X)=a \times^2 + b \times + c$, Sabiendo que $F(X)=Y$

La Función Cuadrática queda expresada de la forma $Y=a \times^2 + b \times + c$.

Información que se saca de la función cuadrática:

- Su gráfica es una Parábola
- Si $a > 0$, la parábola tiene un punto mínimo y luego se devuelve 
- Si $a < 0$, la parábola tiene un punto máximo y luego se devuelve 
- C es el valor de la ordenada (Y) en el cual la parábola corta al eje Y
- Si $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, la parábola corta al eje de las X dos veces
- Si $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, la parábola corta al eje de las X una sola vez
- Si $\Delta = b^2 - 4ac < 0$, la parábola se devuelve antes de corta al eje X
- El punto máximo, o mínimo. Se denomina VÉRTICE $V(X_v, y_v)$; $X_v = \frac{-b}{2a}$
 $Y_v = \frac{-\Delta}{4a}$

NOTA:

- i. Los puntos de corte con el eje Y deben tener la componente $X=0$, entonces, si en la Función cuadrática, sustituimos x por 0 obtenemos; $a(0)^2 + b(0) + c = Y$; $Y = 0 + 0 + c \rightarrow Y = c$, un solo punto de coordenadas $(0, c)$
- ii. Los puntos de corte con el eje X deben tener la $Y=0$, entonces, si en la función cuadrática, sustituimos Y por 0 obtenemos $0 = a \times^2 + b \times + c$ es decir una ecuación de segundo grado; la cual, dependiendo si $\Delta = b^2 - 4ac$ da positivo, cero o negativo tendrá dos, una o ninguna solución real respectivamente. Esos puntos de corte tendrán como coordenadas $P_1(X_1, 0)$, $P_2(X_2, 0)$.

1.- DESCRIBA la gráfica de cada una de las siguientes Funciones Cuadráticas: indicando y JUSTIFICANDO, para cada caso: tipo de parábola, coordenadas del vértice, cantidad de puntos de corte con el eje X y sus coordenadas, coordenadas del punto de corte con el el eje Y

a) $Y = 3X^2 - 2X + 1$; b) $Y = -X^2 - 2X + 1$; c) $Y = 2X^2 - 5X$;

d) $Y = 4X^2 - 3X - 2$; e) $Y = -3X^2 + 1$; f) $Y = 2\sqrt{2}X^2 - 2\sqrt{3}X + 1$;

g) $Y = 2\sqrt{3}X^2 - 3\sqrt{2}X$; h) $Y = 2X^2 + 5\sqrt{2}$; i) $Y = 2X^2 + 1$;

j) $Y = (3X - 2)^2 - 4X + 1$; k) $Y = 8X(2X - 1) - (4X - 2)^2$

l) $Y = (X - 2)^3 - (X - 1)(X + 2^2 + 3X)$;

ll) $Y = (X - 3)^4 + 12X^2(X - 5) - X^2(X^2 - 6)$

m) $Y = (X - 1)(X - 2)(X + 1) - (X - 3)^3$;

n) $Y = (X - 2)(X - 1) - 4(X - 3)(X + 1)$