GUIA 1 QUINTO AÑO
UNIDAD 0

I.- DESARROLLO DE ESPRESIONES DE LA FORMA $(a \pm b)^n$

en donde n $\in N\ y\ n \geq 2$
HALLAR EL DESARROLLO DE:

1.- $(2X-3)^2$ 2.- $(2X+3)^3$ 3.- $(2X^2Y - 5XY^2)^4$ 4.- $\left(3\sqrt{2}X - 2X^2Y^3\right)^3$
5.- $\left(2\sqrt{6}XY^2 - 3\sqrt{2}XY\right)^5$ 6.- $\left(2\sqrt{6}X^2Y - 3\sqrt[3]{12}XY^2\right)^3$
7.- $\left(\frac{2}{3}X - \frac{3}{2}\right)^6$ 8.- $(2X^{2a+1} - 3X^{2-3a})^3$
9.- $(4X^{2-a}Y^{2a-3} - 3X^2Y^{1-2a})^4$
10.- $\left(3\sqrt{2}a^{2X-1}b^{3X+1} - 2\sqrt{6}a^{2+3X}b^{X+2}\right)^3$

II.- HALLAR EL VALOR DE X EN CADA UNA DE LAS SIGUIENTES ECUACIONES

1.- $2X(9X-2) - 4 = (3X - 1)(6X + 5)$ 2.- $3X - a = 2X - 4$
3.- $\frac{4X-2}{3} - \frac{4+X}{2} = 5 - \frac{2X+3}{4}$ 4.- $2aX(X-3) - ax^2 = 1 + aX(X-2) + X$
5.- $3\sqrt{3}\left(5\sqrt{6}X - 1\right) - 28\sqrt{2}X = X + 1$
6.- $(2X-3)^3 - 2X(2X-1)^2 + 3X^2 = 12X - (5X+1)^2$
7.- $\frac{3a-2}{X+1} - \frac{1-a}{X-1} = \frac{X-3}{X^2-1}$ 8.- $\frac{4X}{2X+b} + \frac{3}{2} = 3$
9.- $\frac{3X-2m}{3} - \frac{X+m}{4} = \frac{2X-1}{2} - \frac{m-35}{12}$
10.- $\frac{3a-2}{3X+9} - \frac{5a}{2X+6} = \frac{2}{x^2+6X+9}$ 11.- $\frac{4X}{2X+b} + \frac{3}{2} = 3$
12.- $\frac{X-b}{a} = 2 - \frac{X-a}{b}$ 13.- $\frac{1}{X+a} + \frac{x^2}{a^2+aX} = \frac{X+a}{a}$

III.- FUNCIÓN AFÍN → F(X)= mX + b; si F(X)=Y → Y=mX + b

Es una expresión de dos variables, de primer grado, SU GRAFICA ES UNA RECTA.
Cuando la ordenada(la Y) está despejada, el coeficiente de la abscisa (la X) corresponde a la PENDIENTE (m) de dicha recta.
m>0 ;<u>recta creciente</u> , forma un ángulo agudo con X*;Ejemplo Y=3X+2
m<0 ;<u>recta decreciente</u>, forma un ángulo obtuso con X*;Ejemplo Y= -2X+5
m=0; solo posee la variable Y, <u>Recta Horizontal</u>. Ejemplo Y=2
Si la expresión no tiene Y, sino X, es una <u>Recta Vertical</u>; Ejemplo X=2

Una recta posee infinitos puntos. Con dos cualesquiera de esos, es posible hallar el valor de la pendiente(m) $P_1(X_1,Y_1)$; $P_2(X_2,Y_2)$→ m=$\frac{Y_2-Y_1}{X_2-X_1}$

NOTA:

i. **Cuando una recta es vertical; $X_2=X_1$, lo que implica que $X_2-X_1=0$, lo que implica que NO EXISTE la pendiente, pues no existe una fracción cuyo denominador sea CERO.**

ii. **Cuando la recta es horizontal $Y_2=Y_1$, lo que implica que $Y_2-Y_1=0$; lo que justifica porqué la pendiente de una recta horizontal sea CERO.**

Si en la función Afín; Y=mX+b ;se colocan todos los términos en un solo miembro, igualándola a CERO; mX – Y + b =0 ; queda una expresión de la forma AX + BY + C = 0, se denomina <u>ECUACIÓN GENERAL DE LA RECTA</u>, sigue siendo una expresión de primer grado en ambas variables.

Ejemplo: Dada la Función Afín Y=$\frac{3}{2}X-5$ hallar la Ecuación General

igualando a 0→$\frac{3}{2}X-Y-5=0$;

sacando el mcm la ecuación quedaría→3X-2Y-10=0

1.- De cada una de las siguientes expresiones, reconozca cuales corresponde a una recta, JUSTIFIQUE SU RESPUESTA

a) $(3X-2)^2-(9X-1)(X+2)=5(X-2Y)$ b) $\frac{2Y-3}{X+1}=\frac{4Y-1}{2X}$ c) $(X-1)^3+X^2\cdot(3-X)=Y(2-X)$

d) $3\sqrt{2}Y-2X=2-3(\sqrt{3}X+1-Y)$ e) $2\sqrt{2}X-Y+\sqrt{3}(2\sqrt{3}X-1+\sqrt{6})$

f) $(2X-Y)(X+2Y-3)+2Y^2=3X(Y+X-1)$ g) $\frac{X+2Y}{3}-X=\frac{2-Y}{2}$

2.- De cada uno de las expresiones del ejercicio II.1 que reconozca como FUNCIÓN AFÍN, a) exprésela como FUNCIÓN AFÍN b) exprésela en forma de ECUACIÓN GENERAL c) Describa la recta que resultaría de su gráfica.

3.- Describa la recta que representa cada una de las siguientes FUNCIÓN AFÍN

a) Y= 3X – 2 ; b) Y= $\frac{3X-2}{6}$; c) $3\sqrt{6}X-\sqrt{2}Y+2=0$; d) Y=5 – 2X

e) y= $-\frac{3}{2}X+1$; f) 2Y-8=X ; g) 2X+ 12=18 ; h) 7-5X= 2Y

i) 2 – 3Y = 4X ; j) $Y=\frac{5-4X}{2}$; k) 12X – 15y +8=0 ; l) $\frac{2-3X}{Y+1}=-\frac{3}{2}$

4.- De <u>cada una</u> de las FUNCIÓN AFÍN de la expresiones del ejercicio II.3,

a) Diga cuál es el punto en el que su grafica corta al eje X

b) Diga cuál es el punto en el que su gráfica corta al eje Y

c) cuál es la ordenada del punto de su gráfica cuya abscisa es -2

d) Cuál es la Abscisa del punto de su gráfica cuya ordenada es -1

e) diga si la Recta pasa por los puntos A(-1,4) ; B(3,-3) ; C(-4,1)
f) Determine tres puntos de la recta

La ecuación de una recta se puede hallar si se conocen dos puntos de ella

1º. **Con los dos puntos se saca la pendiente m=$\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$**
2º. **Con la pendiente calculada en el 1°paso y cualquiera de los puntos se aplica la ecuación PUNTO – PENDIENTE $Y - Y_{punto} = m.(X - X_{punto})$**
3º. **Se decide si se quiere la FUNCIÓN AFÍN o LA ECUACIÓN GENERAL.**

5.- Dados los puntos A(-3,5) ; B(-1,-7) ; C$\left(\frac{2}{3}, -2\right)$; $D\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{6}\right)$; $E(0,-2)$ $F\left(-\frac{1}{3}, -2\right)$; $G\left(2\sqrt{2}, -3\right)$; $H(2\sqrt{2}+1, 3\sqrt{2}+2)$; I(-3, 4) ; J(-1 , 0)
HALLA LA <u>ECUACIÓN GENERAL</u> DE LA RECTA QUE PASA POR LOS PUNTOS:
a.- A y B b.-C y D c.- C y E d.- D y F e.- A y I
g.- G y H h.- F y C i.- B y J j.- A y G k.-A y J

IV.-Es posible saber si dos rectas son PARALELAS(//) o PERPENDICULARES( ) comparando sus pendientes

- **Dos rectas son paralelas si sus pendientes son iguales→$m_1=m_2$**
- **Dos rectas son perpendiculares, si el producto de sus pendientes da -1 →$m_1 . m_2 = -1$; también si se puede ver si el inverso y opuesto de una de las pendientes es igual a la otra. Ejemplo $m_1=-\frac{2}{3}$ y $m_2=\frac{3}{2}$**

Las preguntas que a continuación aparecen se refieren a las siguientes PUNTOS. A(-3,-1) ; B(1,-5) ; C(2,-4) ; D(0,-7) ; E($-\frac{2}{3}$,$\frac{1}{2}$); F($-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$) ;G($-\frac{3}{4}$,$\frac{2}{3}$) ; y ECUACIONES DE RECTAS $L_1 \equiv 3x-2y+1$; $L_2 \equiv 5x-4y-2$; $L_3 \equiv 6x + 4y+1$
$L_4 \equiv 6x+9y+2$;$L_5 \equiv 3x-2y - 5$;$L_6 \equiv - 8x+10y - 3$;$L_7 \equiv 9x-6y - 7$;
$L_8 \equiv \sqrt{3}X - 2Y + 1 = 0$;$L_9 \equiv 3X - 2\sqrt{3}Y - 5 = 0$;
$L_{10} \equiv 4\sqrt{6}X + 3\sqrt{2}Y + 1 = 0$;$L_{11} \equiv -3\sqrt{2}X - 2\sqrt{6}Y + 1 = 0$
1.- Establezca cuales de las rectas dadas son paralelas.. JUSTIFIQUE
2.-Establezca cuales de las rectas dadas son PERPENDICULARES,JUSTIFIQUE
3.- Hallar la ecuación de la recta paralela a L_1 que pase por A
4.- Hallar la ecuación de la recta paralela a L_2 que pase por B
5.- Hallar la ecuación de la recta perpendicular a L_3que pase por C
6.- Hallar la ecuación de la recta perpendicular a L_4que pase por D
7.- Hallar la ecuación de la recta paralela a L_6que pase por E
8.- Hallar la ecuación de la recta perpendicular a L_7 que pase por G

9.- Hallar la ecuación de la recta perpendicular a L_8 que pase por A
10.- Hallar la ecuación de la recta paralela a L_9 que pase por B
11.- Hallar la ecuación de la recta perpendicular a L_{10} que pase por G
12.- Hallar la ecuación de la recta paralela a L_{11} que pase por E
13.- Hallar la ecuación de la recta paralela a AB que pase por G
14.- Hallar la ecuación de la recta perpendicular a EF que pase por C
15.- Hallar la ecuación de la recta que sea perpendicular al punto medio del segmento EF
16.- Hallar la ecuación de la recta que sea perpendicular al punto medio del segmento AB
17.-Hallar el punto de intersección entre las rectas L_1 y L_2
18.-Hallar el punto de intersección entre las rectas L_3 y L_2
19.-Hallar el punto de intersección entre las rectas L_4 y L_5
20.-Hallar el punto de intersección entre las rectas L_5 y L_2
21.-Hallar el punto de intersección entre las rectas L_1 y L_6
22.-Hallar el punto de intersección entre las rectas L_6 y L_7
23.-Hallar el punto de intersección entre las rectas L_8 y L_7
24.-Hallar el punto de intersección entre las rectas L_8 y L_{10}
25.-Hallar el punto de intersección entre las rectas L_8 y L_{11}
26.-Hallar el punto de intersección entre las rectas L_2 y L_{10}
27.-Hallar el punto de intersección entre las rectas L_3 y L_9

V.- ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO.-->$\boldsymbol{a} \times^2 + \boldsymbol{b} \times + \boldsymbol{c} = \mathbf{0}$

Expresión de una sola variable, con un término de segundo grado, ningún término tiene grado mayor a 2, DEBE IGUALARSE A CERO(0).
Puede estar incompleta; que no tenga término de primer grado (b=0) o término independiente (c=0), **PERO DEBE TENER UN TÉRMINO DE SEGUNDO GRADO** $(\boldsymbol{a} \neq \mathbf{0})$

Ejemplos

Ejem. 1→$\mathbf{2x^2 + 5x - 3 = 0} \ \rightarrow \boldsymbol{a} = \mathbf{2}\ ; \boldsymbol{b} = \mathbf{5}\ ; \boldsymbol{c} = \mathbf{-3}$
Ejem. 2→$\mathbf{2x^2 + 10x = 0} \ \rightarrow \boldsymbol{a} = \mathbf{2}\ ; \boldsymbol{b} = \mathbf{10}\ ; \boldsymbol{c} = \mathbf{0}$
Ejem. 3→$\mathbf{x^2 - 12 = 0} \ \rightarrow \boldsymbol{a} = \mathbf{1}\ ; \boldsymbol{b} = \mathbf{0}\ ; \boldsymbol{c} = \mathbf{-12}$

Resolver una Ecuación de Segundo grado, implica encontrar los valores de la variable que hacen que el valor numérico del primer miembro den CERO (0). Para obtener dichos valores se utiliza una fórmula llamada RESOLVENTE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Teniendo en cuenta que si la expresión dentro del radical, $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$, DA NEGATIVO, LA SOLUCIÓN **NO** ES UN NÚMERO REAL.

Ejem 1.-$\boldsymbol{2x^2 + 5x - 3 = 0} \ \rightarrow \boldsymbol{a = 2}$; $\boldsymbol{b = 5}$; $\boldsymbol{c = -3}$

$$X = \frac{-(5) \pm \sqrt{(5)^2 - 4.(2).(-3)}}{2.(2)} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4}$$

$$= \frac{-5 \pm 7}{4} \rightarrow X_1 = \frac{1}{2}; X_2 = -3$$

Ejem. 2→$\boldsymbol{2x^2 + 10x = 0} \ \rightarrow \boldsymbol{a = 2}$; $\boldsymbol{b = 10}$; $\boldsymbol{c = 0}$

$$X = \frac{-(10) \pm \sqrt{(10)^2 - 4.(2).(0)}}{2.(2)} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 0}}{4} = \frac{-10 \pm \sqrt{100}}{4} = \frac{-10 \pm 10}{4} \rightarrow X_1 = 0; X_2 = -5$$

Ejem. 3→$\boldsymbol{x^2 - 12 = 0} \ \rightarrow \boldsymbol{a = 1}$; $\boldsymbol{b = 0}$; $\boldsymbol{c = -12}$

$$X = \frac{-(0) \pm \sqrt{(0)^2 - 4.(1).(-12)}}{2.(1)} = \frac{0 \pm \sqrt{0 + 48}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{48}}{2} = \frac{0 \pm 4\sqrt{3}}{2} \rightarrow X_1 = 2\sqrt{3}; X_2 = -2\sqrt{3}$$

Cuando la ecuación de segundo grado no está completa (porque le falta la “b” o la “c”), puede resolverse de otra manera.

Ejem. 2→$\boldsymbol{2x^2 + 10x = 0}$ **; CUANDO c=0**

- Se saca factor común (en este ejemplo 2x) ; **2x(x+5)=0**
- Como queda un producto igualado a CERO, la única manera es que alguno de los factores, o ambos, sean igual a CERO de allí que escribir la ecuaciones: 2x=0→X_1=0 ; x+5=0→X_2=-5

Ejem. 3→$\boldsymbol{x^2 - 12 = 0}$ **; CUANDO b=0**

- Se despeja X^2→$\boldsymbol{X^2}$**=12**
- Sacando raíz cuadrada a ambos lados→**X=**$\pm\sqrt{\boldsymbol{12}}$→$\boldsymbol{X_1}$**=2**$\sqrt{\boldsymbol{3}}$ **;** $\boldsymbol{X_2}$**=-2**$\sqrt{\boldsymbol{3}}$

1.- Resolver cada una de las siguientes ecuaciones

a) $(2x-1)^2$-3x(x-2)=1 b) 4x(2x-3)(x+1)-2-3x= $(2x-1)^3$;

c) (2x+5)(3x+1) +17 =12-2x d) $\boldsymbol{x^2 - 2\sqrt{5}x - 75 = 0}$

e) $\boldsymbol{4\sqrt{3}x^2 + 5x - 2\sqrt{3}}$**=0 f)** $\boldsymbol{9x^2 + 8\sqrt{5}x = 5}$

g) 2x(3x-1)+15x=x h) (3x-2)(4x+1)-20=3-5x

i) $\boldsymbol{6x^4 + 7x^2 + 2 = 0}$**j) x^4 + 6x^2 + 5=0**

k) $\boldsymbol{2\sqrt{3x - 2} + 1 = 4 - x}$**l)** $\boldsymbol{2\sqrt{2x - 1} - \sqrt{3x + 1} = 2}$

ll)$\boldsymbol{\sqrt[3]{14 - 2\sqrt{x + 6}}}$ **+ 3 =5 m)** $\boldsymbol{x^6 + 19x^3 - 216 = 0}$

VI.- FUNCIÓN CUADRÁTICA. →F(X)=$a\times^2 + b\times + c$, Sabiendo que F(X)=Y

La Función Cuadrática queda expresada de la forma Y=$a\times^2 + b\times + c$.
Información que se saca de la función cuadrática:

- **Su gráfica es una Parábola**
- **Si a>0, la parábola tiene un punto mínimo y luego se devuelve** 
- **Si a<0, la parábola tiene un punto máximo y luego se devuelve** 
- **C es el valor de la ordenada (Y) en el cual la parábola corta al eje Y**
- **Si $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, la parábola corta al eje de las X dos veces**
- **Si $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, la parábola corta al eje de las X una sola vez**
- **Si $\Delta = b^2 - 4ac < 0$, la parábola se devuelve antes de corta al eje X**
- **El punto máximo, o mínimo. Se denomina VÉRTICE V(X_v, y_v) ; $X_v = \frac{-b}{2a}$;$Y_v = \frac{-\Delta}{4a}$**

NOTA:

i. **Los puntos de corte con el eje Y deben tener la componente X=0, entonces, si en la Función cuadrática, sustituimos x por 0 obtenemos; $a(0)^2+b(0)+c=Y$; Y=0+0+c→Y=c , un solo punto de coordenadas (0,c)**
ii. **Los puntos de corte con el eje X deben tener la Y=0, entonces, si en la función cuadrática, sustituimos Y por 0 obtenemos 0=$a\times^2 + b\times + c$ es decir una ecuación de segundo grado; la cual, dependiendo si $\Delta = b^2 - 4ac$ da positivo, cero o negativo tendrá dos, una o ninguna solución real respectivamente. Esos puntos de corte tendrán como coordenadas $P_1(X_1,0)$, $P_2(X_2,0)$.**

1.- DESCRIBA la gráfica de cada una de las siguientes Funciones Cuadráticas: indicando y JUSTIFICANDO, para cada caso: tipo de parábola, coordenadas del vértice, cantidad de puntos de corte con el eje X y sus coordenadas, coordenadas del punto de corte con el el eje Y

a)$Y = 3X^2 - 2X + 1$; **b)**$Y = -X^2 - 2X + 1$;**c)**$Y = 2X^2 - 5X$;
d)$Y = 4X^2 - 3X - 2$;**e)**$Y = -3X^2 + 1$; **f)**$Y = 2\sqrt{2}X^2 - 2\sqrt{3}X + 1$;
g)$Y = 2\sqrt{3}X^2 - 3\sqrt{2}X$; **h)**$Y = 2X^2 + 5\sqrt{2}$; **i)**$Y = 2X^2 + 1$;
j)$Y = (3X-2)^2 - 4X + 1$; **k)**$Y = 8X(2X-1) - (4X-2)^2$
l)$Y = (X-2)^3 - (X-1)(X + 2^2 + 3X$;
ll)$Y = (X-3)^4 + 12X^2(X-5) - X^2(X^2-6)$
m)$Y = (X-1)(X-2)(X+1) - (X-3)^3$;
n)$Y = (X-2)(X-1) - 4(X-3)(X+1)$